

Laboratórna úloha č. 100

Millikanov experiment

Úlohy: A Meraním rýchlosti olejových kvapôčiek určte veľkosť náboja a počet elementárnych nábojov na olejových kvapôčkach

Teoretický úvod

Koncom 19. storočia J. J. Thomson skúmaním elektrického prúdu v plynch a pozorovaním vlastností katódového žiarenia objavil časticu - rádovo tisíckrát ľahšiu ako najľahšie atómy, ktorá má nenulový elektrický náboj. K presnému určeniu veľkosti tohto náboja významne prispel americký fyzik R. Millikan sledovaním pohybu malých olejových kvapôčiek v homogénnom gravitačnom a elektrickom poli. Ukázal, že kvapôčky s polomerom zhruba jeden mikrometer dokážu zachytiť malý počet ionizovaných molekúl vzduchu, čím sa nabijú na malý, celočíselný násobok elementárneho kvanta elektrického náboja e . Porovnaním pohybu mnohých kvapôčiek, s rôznym celkovým nábojom, našiel v roku 1909 hodnotu náboja elektrónu, ktorá sa líši od dnes udávanej hodnoty náboja elektrónu len o 1%. So zjednodušenou verziou Millikanovej metódy sa oboznámime v tejto laboratórnej úlohe.

Kvapôčka oleja v homogénnom gravitačnom poli. Na kvapôčku oleja, nachádzajúcu sa v homogénnom gravitačnom poli pôsobí tiažová sila

$$F_g = mg = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho g, \quad (1)$$

kde $g = 9,81 \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$ je tiažové zrýchlenie, ρ hustota oleja a r polomer kvapôčky. V dôsledku tejto sily nadobúda kvapôčka nenulové zrýchlenie smerom k zemi a jej rýchlosť rastie.

S rastúcou rýchlosťou narastá aj sila odporu prostredia pôsobiaca proti pohybu kvapôčky. V prípade malých rýchlostí telesa v tvare guľičky možno silu odporu prostredia dobre popísať Stokesovým vzťahom

$$F = 6\pi\eta r v, \quad (2)$$

kde v je rýchlosť kvapôčky, r jej polomer a η dynamická viskozita prostredia v ktorom sa kvapôčka pohybuje. V prípade vzduchu pri izbovej teplote je $\eta = 1,83 \cdot 10^{-5} \text{kg}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-1}$.

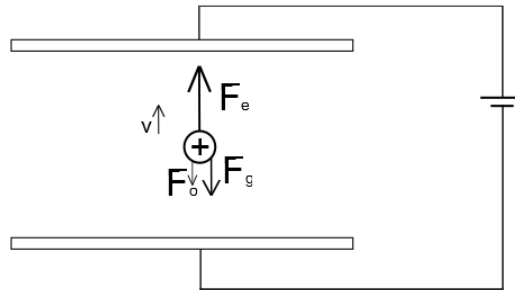
Rýchlosť kvapôčky rastie dovtedy, kým sila odporu prostredia nenarastie tak, že akurát kompenzuje pôsobenie tiažovej sily. Od tohto okamihu sa kvapôčka pohybuje konštantnou rýchlosťou danou rovnováhou týchto dvoch síl,

$$0 = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho g - 6\pi\eta r v, \quad (3)$$

kde symbolom v_g označujeme konštantnú rýchlosť padania kvapôčky v gravitačnom poli. Pretože olejové kvapôčky sú veľmi malé, ich rýchlosť nebude úplne stabilná, ale bude náhodne fluktuovať okolo hodnoty v_g v dôsledku nárazov molekúl vzduchu, podobne ako je to v prípade Brownovho pohybu.

Pomocou rovnice (3) dokážeme určiť polomer olejovej guľôčky r z rýchlosti jej padania v_g ,

$$r = 3 \left(\sqrt{\frac{\eta v_g}{2g\rho}} \right) \quad (4)$$



Obr. 1: Na kvapôčku oleja, na ktorej je zachytený celkový elektrický náboj Q , ktorá sa nachádza medzi doskami rovinného kondenzátora, pôsobí tiažová sila, elektická sila a sila odporu prostredia. V prípade jej rovnomerného pohybu je súčet všetkých týchto síl nulový.

Kvapôčka oleja v homogénnom gravitačnom a elektrickom poli. Malé olejové kvapôčky dokážu zachytiť ionizované molekuly vzduchu, čím získajú nenulový kladný alebo záporný elektrický náboj q . Ak takúto nabitú kvapôčku umiestnime do elektrického poľa, pridá sa k tiažovej sile a sile odporu prostredia aj sila elektrická. V rovinnom kondenzátore s elektródami v horizontálnom smere sa nachádza homogénne elektrické pole s intenzitou $E = U/d$, kde U je napätie a d vzdialenosť medzi doskami kondenzátora. Silové pôsobenie elektrického poľa na kvapôčku $F = qE$ môže pôsobiť buď v smere pôsobenia tiažovej sily, alebo v smere opačnom - podľa znamienka náboja na kvapôčke a polaritu napätia na kondenzátore.

V prípade, že elektrická sila pôsobí v smere opačnom ako tiažová, dokáže zapnuté elektrické pole zmeniť veľkosť, ale aj smer rýchlosti kvapôčky, takže namiesto padania k zemi kvapôčka stúpa. V situácii, keď je súčet všetkých síl nulový, t.j.

$$\frac{4}{3}\pi r^3 \rho g + 6\pi \eta r v_e - qU/d = 0, \quad (5)$$

bude rýchlosť kvapôčky v_e konštantná. Z rovnice (5) dokážeme určiť elektrický náboj kvapôčky

$$q = 6\pi \eta r (v_g + v_e)(d/U), \quad (6)$$

ak poznáme jej polomer r , rýchlosť padania v gravitačnom poli v_g a rýchlosť jej stúpania v homogénnom elektrickom poli v_e . Polomer kvapôčky dokážeme vyjadriť pomocou rovnice (4) a obe rýchlosti možno určiť meraním doby, za ktorú sa posunú kvapôčky o predpísanú vzdialenosť.

Metóda merania

Experiment spočíva v meraní doby klesania a stúpania nabitých kvapôčiek, za pôsobenia gravitačného a elektrického poľa. Toto meranie budeme realizovať na zariadení, ktoré má komôrku s kvapôčkami, regulovaný zdroj napätia a mikroskop, integrované do jedného celku. Na prednom paleli prístroja je okrem regulátora napätia aj prepínač polaroty napätia. Keď je prepínač v strednej polohe, dosky kondenzátora sú odpojené od zdroja. Čas bude meraný digitálnymi stopkami.

Schématický nákras komôrky v ktorej sa budú pozorovať olejové kvapôčky je na Obr. 2. Kovové platne sú vzájomne vzdialené $d = 5$ mm. Vo vrhnej platni je malý otvor, cez ktorý kvapky oleja padajú do priestoru, ktorý pozorujeme. V okulári vidieť mriežku, ktorej celkový rozmer je 2 mm, vzdialenosť susedných horizontálnych čiar je 0,5 mm.

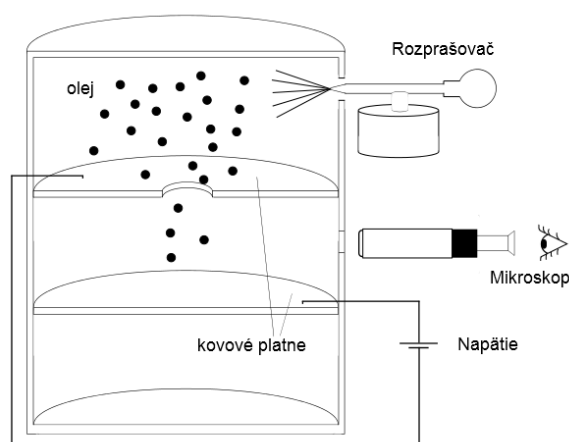
Do komory cez malý otvor strekneme pomocou rozprašovača olej a otvor upcháme, aby prúdenie vzduchu v miestosti nepôsobilo na kvapôčky oleja. Pri rozprášení sa molekuly vzduchu zrážajú s kvapkami oleja, ktoré sa vplyvom toho ionizujú. Pri pohľade do mikroskopu môžeme vidieť kvapôčky oleja nabité kladne aj záporne, pohybujúce sa medzi kovovými platňami.

V prípade, že elektrické pole je vypnuté a na kvapôčku pôsobí len gravitačné pole, v okulári mikroskopu pozorujeme jej pohyb smerom nahor, pretože obraz vznikajúci v mikroskope je prevratený.

V prípade zapnutého elektrického poľa budeme pozorovať tie kvapôčky, ktoré sa pohybujú proti gravitačnému polu, t.j. smerom dole v okulári mikroskopu. Najskôr nastavíme veľkosť napätia medzi platňami, a potom prepínačom polaroty zapneme elektrické pole. Kvapôčky, ktoré sú nabité, sú urýchľované poľom podľa veľkosti a znamienka svojho náboja. Môžeme vidieť, ako sa vplyvom poľa začali kvapôčky rýchlejšie pohybovať, poprípade aj zmenili smer pohybu. Niekoľkonásobným menením polaroty napätia vyradíme veľmi rýchle kvapky, pri ktorých by vznikla veľká chyba merania. Pri meraní sa zameriame na tie kvapôčky, ktoré sa pod vplyvom elektrického poľa pohybujú dostatočne pomaly - čas za ktorý prejdú vzdialenosť $\ell = 1$ mm, pri napätí 200 V, nech je najmenej 10 sekúnd. Takéto kvapôčky budú relatívne malých rozmerov, a preto budú niesť len malý náboj. Ak sa nám takéto kvapôčky nepodarí nájsť, vstreknutie oleja do komôrky znovu zopakujeme.

Vyhliadneme si jednu kvapôčku pohybujúcu sa nadol a odmeriame čas prechodu pre zvolenú vzdialenosť ℓ . Nemeráme prechod cez celú mriežku, keďže vplyvom otvoru v elektróde dochádza k deformácii homogénneho poľa a kvapôčky sú ňou ovplyvňované. Volíme vzdialenosť menšiu ako celkový rozmer 2 mm, tak aby poloha kvapôčky bola ďalej od vrhnej elektródy (v okulári ďalej od spodnej čiary mriežky). Zmenením polaroty túto kvapôčku

vrátíme na počiatočnú polohu a meranie opakujeme aspoň 6-krát. Meriame aspoň pre 3 rôzne kvapky.



Obr. 2: Časť oleja rozprášeného v komôrke sa dostane cez malý otvor medzi kovové platne pripojené k regulovateľnému zdroju napätia. Pomocou mikroskopu dokážeme sledovať pohyb jednotlivých kvapiek.

Postup práce

1.) **DAJTE POZOR ABY BOLO NAPÄTIE VYPNUTÉ**, t.j. prepínač polaroty napätia nech je v strednej polohe!

Zapneme prístroj a otvoríme komôrku. Do dierky vo vrchnej platničke vložíme špendlík. Pozrieme sa cez okulár a zaostríme, tak aby bol obraz špendlíka ostrý.

2.) Vytiahneme špendlík a zatvoríme komoru. Do komory pomocou rozprašovača nastriekame olej a otvor opatrne uzatvoríme.

3.) Nastavíme napätie na nami zvolenú hodnotu. Odporúčame $U = 200\text{V}$.

4.) Pozeráme sa do mikroskopu a natrénujeme si ovládanie kvapky pomocou zmeny polaroty. Pritom vyradíme príliš rýchle kvapôčky a vyberieme si jednu konkrétnu.

5.) Pomocou priložených stopiek zmeriame čas prechodu cez mriežku pre nami zvolenú vzdialenosť ℓ bez elektrického poľa (smer pohybu nahor). Čas t_g zapíšeme do tabuľky.

6.) Pri zvolenej hodnote napätia, zapneme elektrické pole a vynulujeme stopky. Znova odmeriame čas prechodu tej istej dráhy (smer pohybu nadol). Čas t_e zapíšeme do tabuľky.

7.) Krok 5.) a 6.) opakuje s tou istou kvapku aspoň 6-krát. Celé meranie robíme aspoň pre 3 vybrané kvapky.

Vyhodnotenie a presnosť merania

Cieľom merania je určiť náboj, ktorý sa nachádza na ionizovanej kvapôčke oleja a následne overiť hypotézu, že ide o celočíselný násobok elementárneho náboja - náboja elektrónu - $q = Ne$.

V rámci spracovania merania si zavedieme pomocnú veličinu x , z dôvodu uľahčenia výpočtov, pričom izolujeme konštanty a parametre od meraných premenných pre danú kvapku. Hodnota c bude pre jednotlivé merania na zvolenej kvapke konštantou, daná vopred zvolenými parametrami meracej sady a veľkosti dráhy ℓ , ktorá sa pre danú kvapku taktiež nebude meniť. Podľa vzťahu (6) možno tento náboj vyjadriť v tvare

$$q = 6\pi\eta \left(3\sqrt{\frac{\eta}{2g\rho}} \sqrt{\frac{\ell}{t_g}} \right) \left(\frac{\ell}{t_g} + \frac{\ell}{t_e} \right) \frac{d}{U} = cx, \quad (7)$$

kde

$$c = \frac{18\pi d(\eta\ell)^{\frac{3}{2}}}{U\sqrt{2g\rho}} \quad (8)$$

a

$$x = \frac{1}{\sqrt{t_g}} \left(\frac{1}{t_g} + \frac{1}{t_e} \right), \quad (9)$$

kde sme využili, že ustálené rýchlosti kvapôčiek sú dané jednoduchým vzťahom pre rovnomerný pohyb,

$$v_g = \frac{\ell}{t_g}, \quad v_e = \frac{\ell}{t_e}, \quad (10)$$

a ℓ je dráha kvapôčiek.

Do Tabuľky 1. zapíšeme pre danú kvapku zvolenú veľkosť dráhy ℓ a vypočítame tomu prislúchajúcu hodnotu c , tak isto namerané hodnoty časov pádu t_g a vzostupu t_e olejových kvapôčiek po dráhe ℓ . Do posledného riadku uvedieme stredné hodnoty týchto časov, čím redukuje náhodný vplyv Brownovho pohybu, resp. náhodné nepresnosti merania časov. Taktiež vypočítame pre jednotlivé časy odpovedajúcu hodnotu náboja q a jej strednú hodnotu \bar{q} (priemer). Tento priemer udáva len orientačnú hodnotu náboja na kvapke a bude slúžiť pri spracovaní presnosti merania náboja na kvapôčke.

Do Tabuľky 2. zapíšeme vypočítané hodnoty pre polomer kapôčky r , pomocnú premennú \tilde{x} a veľkosť náboja na kvapôčkach \tilde{q} , ktoré určíme z priemerných dôb pádu \bar{t}_g a vzostupu \bar{t}_e . V Tabuľke 2. uvedieme aj odhad smerodajnej odchylky $s_{\tilde{q}}$ pre priemerné hodnoty nábojov na kvapôčkach \bar{q} , určených v Tabuľke 1. Hodnoty uvedené v posledných dvoch stĺpcoch Tabuľky 2 predstavujú nájdenú a najbližšiu celočíselnú hodnotu počtu elektrónov na kvapôčkach N a N_{int} .

Pre výpočet smerodajnej odchylky priemeru platí

$$s_{\bar{q}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (q_i - \bar{q})^2}{n(n-1)}}, \quad (11)$$

kde q_i sú hodnoty náboja na kvapôčke získané opakovaným meraním a n je počet nameraných hodnôt.

Úlohy

- 1.) Vypočítajte hodnotu x pre kvapôčku, ktorá nesie elementárny náboj pri napätí 200 V ($e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{C}$).
- 2.) Akú elektrostatickú energiu bude mať kvapôčka s polomerom $r = 1 \mu\text{m}$ na ktorej sa nachádza $N = 2,4$ alebo 8 elementárnych nábojov? Porovnajte ju s energiou tepelných fluktuácií pri izbovej teplote $k_B T = 4 \cdot 10^{-21} \text{J}$. Čo z tohto porovnania vyplýva pre kvapôčky s $N > 8$?

Meno:

Kružok:

Dátum merania:

Protokol laboratórnej úlohy č. 100

Millikanov experiment

Stručný opis metódy merania

Vzťahy, ktoré sa používajú pri meraní

Prístroje a pomôcky

Záznam merania, výpočty a výsledky**Parametre meracej sady a konštanty:**

$$d = 0,005\text{m} \quad g = 9,81\text{m}\cdot\text{s}^{-2} \quad \eta = 1,83\cdot 10^{-5}\text{kg}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-1} \quad \rho = 960\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$$

$$e = 1,602\cdot 10^{-19}\text{C} \quad U = \quad \text{V}$$

Meranie časov a orientačné určenie náboja q

Tabuľka 1:

Meranie	kvapka 1			kvapka 2			kvapka 3		
	$\ell =$			$\ell =$			$\ell =$		
	$c =$			$c =$			$c =$		
	t_g [s]	t_e [s]	q [C]	t_g [s]	t_e [s]	q [C]	t_g [s]	t_e [s]	q [C]
1									
2									
3									
4									
5									
6									
Priemer									

Vzorový výpočet c pre zvolenú kvapôčku

$$c = \frac{18\pi d(\eta l)^{\frac{3}{2}}}{U\sqrt{2g\rho}} =$$

Vzorový výpočet x

$$x = \frac{1}{\sqrt{t_g}} \left(\frac{1}{t_g} + \frac{1}{t_e} \right) =$$

Vzorový výpočet q

$$q = cx =$$

Vzorový výpočet priemerných hodnôt

$$\text{Například } \bar{t}_g = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n t_{g,i} =$$

Počet elementárnych nábojov na kvapke

Tabuľka 2:

Kvapka	$r[\mu\text{m}]$	$\tilde{x}[\text{s}^{-\frac{2}{3}}]$	$\tilde{q}[10^{-19}\text{C}]$	$s_{\tilde{q}}[10^{-19}\text{C}]$	N	N_{int}
1						
2						
3						

Vzorový výpočet r

$$r = 3 \left(\sqrt{\frac{\eta \ell}{2g\rho}} \right) \frac{1}{\sqrt{t_g}} =$$

Vzorový výpočet \tilde{x}

$$\tilde{x} = \frac{1}{\sqrt{t_g}} \left(\frac{1}{t_g} + \frac{1}{t_e} \right) =$$

Vzorový výpočet Q

$$\tilde{q} = c\tilde{x} =$$

Vzorový výpočet $s_{\tilde{q}}$

$$s_{\tilde{q}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (q_i - \tilde{q})^2}{n(n-1)}} =$$

Vzorový výpočet N

$$N = \tilde{q}/e =$$

Zhodnotenie výsledkov

Dátum odovzdania protokolu:

Podpis študenta:

Hodnotenie a podpis učiteľa: